

## De la base 2 à la base 6

## Dessiner avec des dés

Pour représenter un dessin avec des dés, nous allons convertir chaque ligne en binaire, puis convertir ces nombres en décimal et enfin les convertir en base 6.

- Au dessus de chaque case, nous allons mettre les puissances de 2, en partant de  $2^0$  à droite jusqu'à  $2^4$  à gauche.
- Ensuite, nous allons considérer chaque case blanche comme un 0 et chaque case noire comme un 1.
- Enfin, nous allons additionner la valeur de la case par la puissances de 2 se trouvant au dessus.

Voici quelques exemples :

$$\begin{array}{c}
 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \\
 \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \\
 \phantom{\boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}} \downarrow \quad \downarrow \\
 \phantom{\boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}} 2 + 1 = 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \\
 \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \\
 \phantom{\boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1}} \downarrow \quad \downarrow \\
 \phantom{\boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1}} 8 + 4 = 12
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \\
 \boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \\
 \phantom{\boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}} \downarrow \phantom{\quad} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \phantom{\boxed{1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}} 16 \phantom{+} 2 + 1 = 19
 \end{array}$$

Il faut maintenant convertir ce nombre décimal en un nombre des chiffres en base 6, c'est-à-dire écrit avec des dés. Puisqu'il n'y a pas de face avec un 0, nous considérerons le 6 comme un 0.

Il y a  $2^5 = 32$  configurations possibles pour une ligne de 5 cases. Il suffit donc de 2 dés pour représenter une ligne, puisque  $6^2 = 36$ .

Pour convertir un nombre 19 en base 6, il faut trouver  $a$  et  $b$  dans  $\{0;1;2;3;4;5\}$  tels que  $19 = a \times 6^1 + b = 6a + b$ . Le nombre  $a$  est le quotient et  $b$  de reste de la division euclidienne de 19 par 6. Puisque  $19 = 6 \times 3 + 1$ , on a  $a = 3$  et  $b = 1$ .

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} 6^1 \\ \boxed{\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}} \\ \uparrow \\ 0 \times 6 + 3 \end{array} &
 \begin{array}{c} 6^0 \\ \boxed{\begin{array}{cc} & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}} \\ \uparrow \\ 3 \end{array} &
 \begin{array}{c} 6^1 \\ \boxed{\begin{array}{cc} & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}} \\ \uparrow \\ 2 \times 6 + 0 \end{array} &
 \begin{array}{c} 6^0 \\ \boxed{\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}} \\ \uparrow \\ 0 \end{array} \\
 3 = & & 12 = & & 19 =
 \end{array}$$

Ce qui donne sur un exemple complet :

Diagram illustrating the conversion of base 5 numbers to base 6 using the 'change of base' method. The diagram shows five rows, each representing a base 5 number in a 5-digit box. The digits are converted to base 6 by multiplying each digit by its place value ( $2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0$ ) and then summing the results. The final result is shown as a base 6 number in a 2-digit box, where the digits are represented by dots in a square frame.

Row 1: Base 5 number  $10000_5$  is converted to base 6  $16_6$ . The calculation is  $1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 16$ . The base 6 result is  $16_6$ , which is  $2 \times 6 + 4$ .

Row 2: Base 5 number  $10100_5$  is converted to base 6  $20_6$ . The calculation is  $1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 20$ . The base 6 result is  $20_6$ , which is  $3 \times 6 + 2$ .

Row 3: Base 5 number  $11111_5$  is converted to base 6  $31_6$ . The calculation is  $1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 31$ . The base 6 result is  $31_6$ , which is  $5 \times 6 + 1$ .

Row 4: Base 5 number  $00100_5$  is converted to base 6  $4_6$ . The calculation is  $0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 4$ . The base 6 result is  $4_6$ , which is  $0 \times 6 + 4$ .

Row 5: Base 5 number  $01010_5$  is converted to base 6  $10_6$ . The calculation is  $0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 10$ . The base 6 result is  $10_6$ , which is  $1 \times 6 + 4$ .

## À vous de jouer

**EXERCICE 1 :** Trouver les faces des dés correspondant à l'image.

16	8	4	2	1

16	8	4	2	1




6	1

6	1

### Pour décoder

Si on veut aller dans l'autre sens, il faut convertir le nombre en base 6, en base 10, puis en binaire.




Pour passer de la base 6 en décimal, il suffit de multiplier le premier chiffre par 6 et d'ajouter le deuxième.

$6^1$  $\downarrow$ $1 \times 6 + 5 = 11$	$6^0$  $\downarrow$ $2 \times 6 + 5 = 17$	$6^1$  $\downarrow$ $3 \times 6 + 4 = 22$
---	---	---

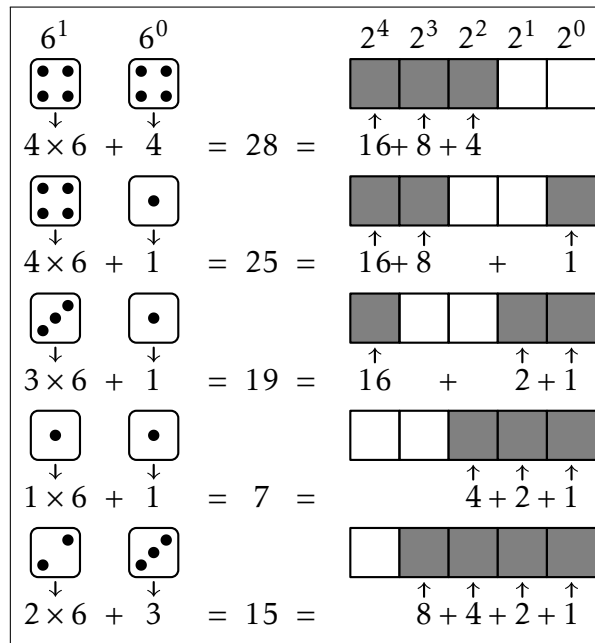
Ensuite, pour convertir le nombre en binaire, il faut chercher la plus grande puissance de 2 qui est inférieure au nombre, la retrancher et recommencer.

- Par exemple pour 22, on peut enlever  $2^4 = 16$ .
- On trouve  $22 - 16 = 6$ .
- On peut enlever  $2^2 = 4$ .
- On obtient  $6 - 4 = 2 = 2^1$ .
- On a donc fini.

Donc  $22 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ . L'écriture en binaire de 22 est donc 10110. Ce qui donne sur les exemples :

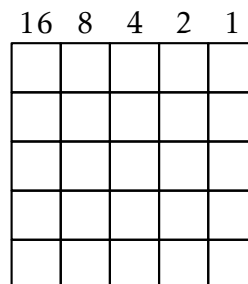
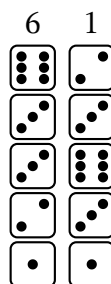
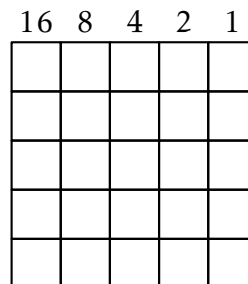
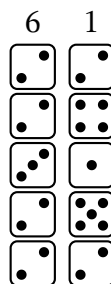
$2^4$ $2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$  $11 = \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$ $8 + 2 + 1$	$2^4$ $2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$  $17 = \uparrow \quad \uparrow$ $16 + 1$	$2^4$ $2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$  $22 = \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$ $16 + 4 + 2$
--	--	---

Voici un exemple complet :



*À vous de jouer (le retour)*

**EXERCICE 2 :** Reconstituer les images correspondantes.



*Pour essayer avec un ami*

Vous pouvez faire une figure, la convertir en dés et donner les valeurs à un de vos camarade. Il peut faire la même chose et vous aurez à retrouver son dessin.

